

М.н.с. Н.П. Анфимова,
канд. техн. наук, с.н.с. В.И. Елисеев,
канд. техн. наук, с.н.с. В.И. Луценко
(ИГТМ НАН Украины)

ТЕПЛОМАССОБМЕН ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В РАСТВОРЕ САХАРОЗЫ

Розглянута задача про рух та тепломасообмін парової бульбашки в умовах системи двокомпонентний розчин - однокомпонентний пар. З використанням параметрів для розчинів цукру у воді отримані рішення, які вказують зріст та швидкість підйому бульбашок пару розчинника.

HEAT-AND-MASS TRANSFER OF BUBBLE OF VAPOUR MOVING IN THE SOLUTE OF SACCHAROSE

The problem about movement and heat-and-mass transfer of bubble of vapour in a multicomponent solute of saccharose is considered. The data of growth and speed of floated bubbles are determined.

Введение. Вопросы кипения растворов, представляющие значительный интерес для химической и пищевой промышленности, освещены в ряде работ, например [1-3]. Как правило, исследования были направлены на получение экспериментальных результатов и некоторых интегральных характеристик, касающихся коэффициентов теплоотдачи. Однако, в настоящее время для разработок математических моделей процессов выпаривания, варки пищевых продуктов необходима детализация и нахождение определенных закономерностей отдельных составляющих. Одним из важнейших элементов процесса кипения является образование и движение паровых пузырьков. В настоящей работе рассмотрены динамика и тепломассообмен пузырька, находящегося в двухкомпонентном растворе. Растворителем является вода, растворенным веществом сахароза. Принимая во внимание, что раствор сахарозы обладает вязкоупругими свойствами, характерными для полимеров, необходимо упомянуть также работы, посвященные кипению в полимерных растворах, например [4, 5], в которых раскрыты некоторые закономерности процесса.

Поведение пузырька в растворе определяется массовыми и тепловыми потоками, а также термодинамическими соотношениями на границе раздела фаз [2, 6, 7]. Важной особенностью процесса по сравнению с однокомпонентной средой является наличие и взаимодействие составляющих раствор компонентов как в жидкой фазе, так и газовой. Такое взаимодействие устанавливается диффузионными процессами и законами равновесия, вследствие чего система уравнений должна включать в себя уравнения движения, тепло- и массопереноса и условия равновесия компонентов на границе пузырька, устанавливаемые законами Рауля, Генри и Клайперона – Клаузиуса. К сожалению, авторам не известны зависимости парциальных давлений паров сахарозы в пузырьках от концентрации растворенного в воде сахара. Анализ термодинамических соотношений не позволил получить расчетным путем необходимые величины, поэтому было принято, что

этому было принято, что парциальное давление паров сахарозы в пузырьке равно нулю. В [4] при рассмотрении испарения растворителя из двухкомпонентного раствора полимера также принимается, что пар является однокомпонентным. Такое предположение несколько облегчает рассмотрение задачи, т.к. массообмен внутри пузырька сводится к простому равенству $c_w = 1$ (пузырек состоит только из паров воды).

Постановка задачи и основные уравнения. Выпишем основные уравнения движения и тепломассообмена пузырька пара воды в следующем виде:

уравнение движения пузырька

$$(\rho_r + 2\rho_p) \frac{dU_p}{dt} = -\frac{3}{4} \rho_r c_\mu \frac{U_p^2}{r_p} + 2(\rho_r - \rho_p) - 3\rho_r \frac{dr_p}{r_p dt} U_p, \quad (1)$$

уравнения движения поверхности пузырька

$$r_p \frac{dw}{dt} = \frac{p_p - p_r - 2\sigma/r_p}{\rho_r} - 4 \frac{\mu_r w}{\rho_r r_p} - \frac{3}{2} w^2 + \frac{1}{4} U_p, \quad (2)$$

$$\frac{dr_p}{dt} = w + \frac{1}{3} \frac{dM_p}{r_p^2 \rho_r dt}, \quad (3)$$

уравнение теплообмена в пузырьке

$$(C_p - R) \frac{dT_p}{dt} = RT_p \left(\frac{dM_p}{M_p dt} - 3 \frac{dr_p}{r_p dt} \right) - 15\lambda_p \frac{r_p}{M_p} \left(1 - \frac{C_p}{15\lambda_p r_p} \frac{dM_p}{dt} \right) (T_p - T_p^a), \quad (4)$$

уравнения тепломассообмена пузырька в растворе

$$\frac{1}{3r_p^2} H \frac{dM_p}{dt} = 5 \frac{\lambda_p}{r_p} (T_p - T_p^a) - \alpha_T (T_p^a - T_r^\infty), \quad (5)$$

$$\frac{1}{3r_p^2} (1 - \gamma_w^a) \frac{dM_p}{dt} = -\alpha_C (\gamma_w^a - \gamma_w^\infty), \quad (6)$$

уравнение состояния

$$p_p = \rho_p RT_p, \quad (7)$$

где t – время; U_p – скорость пузырька; T_p – осредненная по объему пузырька температура; $T_p^a = T_s$ – температура на поверхности пузырька, равная температуре насыщения; T_r^∞ – температура раствора на бесконечности; w – скорость радиального движения поверхности пузырька; r_p – радиус пузырька; $M_p = \rho_p r_p^3$; γ_w^a – массовая концентрация воды в растворе; $\gamma_w^a = \gamma_s$ – концентрация воды на поверхности пузырька, равная концентрации насыщения; ρ_r – плотность раствора; ρ_p – плотность пара в пузырьке; p_p – давление в пузырьке; p_r – давление в растворе; C_p – коэффициент теплоемкости пара; λ_p – коэффициент теплопроводности пара; σ – коэффициент поверхностного натяжения; H – скрытая теплота испарения; R – газовая постоянная; α_T – коэффициент теплоотдачи; α_C – коэффициент массоотдачи; c_μ – коэффициент сопротивления.

В этой системе уравнения (1-3) взяты из [8] при устремлении объемной доли пузырьков к нулю. Уравнение (4), полученное в [9], описывает внутренний теплообмен в пузырьке. Соотношения (5,6) определяются из граничных условий на поверхности пузырька и устанавливают соответствие внешних и внутренних потоков массы и тепла.

Известно, что температура кипения растворов выше, чем температура кипения чистого растворителя. Для сахарных растворов в [10] приведены кривые (стр. 44, рис. II - 17), определяющие температурную депрессию в зависимости от давления над раствором и концентрации раствора. В результате обработки этих кривых были получены следующие аппроксимационные зависимости, связывающие температуру кипения, которая принималась равной температуре насыщения, и давление в пузырьке

$$T_s = T_{s0} + Kp + B, \quad (8)$$

$$K = \begin{cases} 0.126\gamma_c & \gamma_c \leq 0.5 \\ k(\gamma_c) & \gamma_c \geq 0.5 \end{cases}, \quad B = \begin{cases} 2.139\gamma_c & \gamma_c \leq 0.5 \\ b(\gamma_c) & \gamma_c \geq 0.5 \end{cases},$$

$$k(\gamma_c) = 3.4555\gamma_c^4 - 7.662\gamma_c^3 + 6.3292\gamma_c^2 - 2.2918\gamma_c + 0.3117$$

$$b(\gamma_c) = 794.95\gamma_c^4 - 1916.6\gamma_c^3 + 1742.1\gamma_c^2 - 691.85\gamma_c + 101.36$$

где γ_c – массовая концентрация сахарозы, которая в дальнейшем принимается равной $\gamma_c = \gamma_c^a = 1 - \gamma_s$, T_{s0} – температура насыщения воды, определяемая из уравнения Клайперона – Клаузиуса (в расчетах использовалась аппроксимация

в форме уравнения Антуана)

$$T_{s0} = \frac{A_T}{1 - B_T \ln(p_p / p_0)}, \quad A_T = 371.533, \quad B_T = 0.0715, \quad (9)$$

где p_0 – атмосферное давление.

Из термодинамики растворов также известно [6], что помимо температуры кипения, концентрация растворимого вещества оказывает влияние и на скрытую теплоту фазового перехода, которая может быть оценена также по уравнению Клайперона – Клаузиуса

$$\frac{d \ln p}{dT} = \frac{H}{RT^2}. \quad (10)$$

Используя аппроксимационные зависимости (8) из уравнения (10) можно определить величину H

$$H = \frac{H_0}{1 + \frac{K p_p}{R T_{s0}^2} H_0} \frac{T_s^2}{T_{s0}^2}, \quad (11)$$

где H_0 – теплота фазового перехода воды.

Выписанные уравнения определяют поведение парового пузырька, движущегося в растворе сахарозы. Однако, кроме этих уравнений необходимы еще теплофизические параметры среды (раствора). В расчетах использовались следующие зависимости, взятые или полученные с помощью аппроксимаций приведенных в [10, 11] кривых:

плотность раствора (кг/м³)

$$\rho_r = 1011.8 + 3.14 \cdot 10^2 \gamma_c^\infty + 0.02 \cdot 10^4 \gamma_c^{\infty 2} - (0.4 + 0.0025 \cdot 10^2 \gamma_c^\infty)(T_r^\infty - 293.15), \quad (12)$$

коэффициент теплоемкости раствора (Дж/кгК)

$$C_r = \left\{ 4.19 - \left[2.51 - 0.00754(T_r^\infty - 273.15) - 0.00461(100 - Db) \right] \gamma_r^\infty \right\} \cdot 10^3, \quad (13)$$

коэффициент теплопроводности (Вт/мК)

$$\lambda_r = 0.64 - \frac{0.32}{0.9} \gamma_c^\infty, \quad (14)$$

коэффициент диффузии в растворе ($\text{м}^2/\text{с}$)

$$D_r = \left\{ 2.4 - 0.9 \frac{T_r^\infty - 293.15}{80} + \left[3.2 + 18 \frac{T_r^\infty - 293.15}{80} - \left(2.4 - 0.9 \frac{T_r^\infty - 293.15}{80} \right) \right] \frac{\gamma_c^\infty - 0.5}{0.5} \right\} 10^{-10}, \quad (15)$$

коэффициент поверхностного натяжения (Н/м)

$$\sigma = \left[3.1 + 0.0382 \cdot Db + 0.0204 \cdot 10^2 \gamma_r^\infty - 0.0102 (T_r^\infty - 273.15) \right] \cdot 10^{-4}, \quad (16)$$

динамический коэффициент вязкости (Нс/м^2)

$$\mu_r = 10^{-3} Y \cdot 10^a,$$

$$a = 1 + \frac{a_1}{1 + a_2 (T_r^\infty - 273.15)}, \quad a_1 = 0.1239 + 2.9941 \frac{\gamma_r^\infty - 0.1}{0.6}, \quad (17)$$

$$a_2 = 0.0033 - 0.0212 \frac{\gamma_r^\infty - 0.1}{0.6}, \quad Y = 0.0659 - 0.0434 \frac{T_r^\infty - 313.15}{80},$$

где Db – добротность, которая принималась равной единице.

Обсуждение результатов. По выписанным уравнениям были проведены расчеты, результаты которых показаны на рис. 1-8, при этом коэффициенты сопротивления пузырьков брались из [12], а коэффициенты теплоотдачи и массоотдачи принимались равными [8]

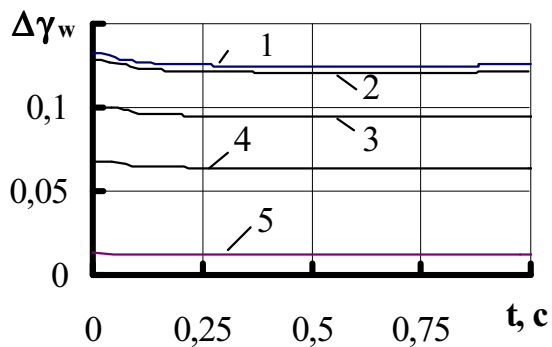
$$\alpha_T = \frac{\lambda_r Nu_T}{2r_p}, \quad \alpha_C = \frac{D_r Nu_C}{2r_p},$$

$$Nu_T = 2 + 0.6 Re_p^{0.55} Pr^{1/3}, \quad Nu_C = 2 + 0.6 Re_p^{0.55} Sc^{1/3}, \quad (18)$$

$$Re_p = \frac{\rho_r U_p r_p}{\mu_r}, \quad Pr = \frac{\mu_r c_r}{\lambda_r}, \quad Sc = \frac{\mu_r}{\rho_r D_r}.$$

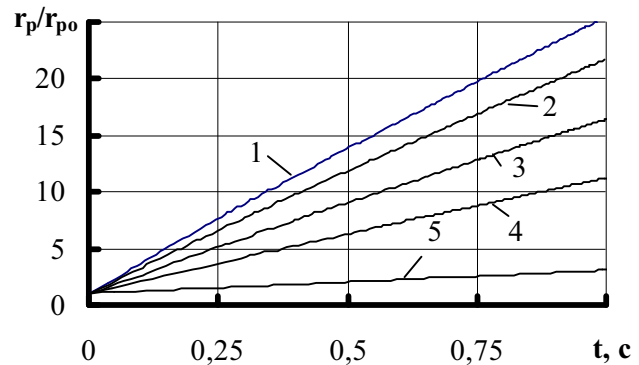
По рис. 1-3 можно проследить влияние концентрации сахарозы на движение и рост пузырьков при температуре раствора $T_r^\infty = 102^\circ \text{C}$ и при давлении над

раствором 0.8 атм. Рис. 1 показывает уменьшение концентрации воды ($\Delta\gamma_w = \gamma_w^\infty - \gamma_w^a$) на поверхности пузыря для различных концентраций сахаразы в растворе. Из рисунка следует, что для рассмотренного интервала концентраций сахаразы $\Delta\gamma_w$ падает с ростом концентрации γ_c^∞ . Это приводит к уменьшению роста пузыря при высоких концентрациях сахаразы, что и видно на рис. 2, на котором представлены кривые изменения радиусов пузырей по времени в растворах с различными величинами γ_c^∞ .



1 - $\gamma_c^\infty = 0.4$, 2 - $\gamma_c^\infty = 0.5$, 3 - $\gamma_c^\infty = 0.6$,
4 - $\gamma_c^\infty = 0.7$, 5 - $\gamma_c^\infty = 0.8$

Рис. 1 - Уменьшение концентрации воды на поверхности всплывающего пузыря при различных концентрациях сахаразы в растворе ($T_r^\infty = 102^\circ C$)



1 - $\gamma_c^\infty = 0.4$, 2 - $\gamma_c^\infty = 0.5$,
3 - $\gamma_c^\infty = 0.6$, 4 - $\gamma_c^\infty = 0.7$, 5 -
 $\gamma_c^\infty = 0.8$

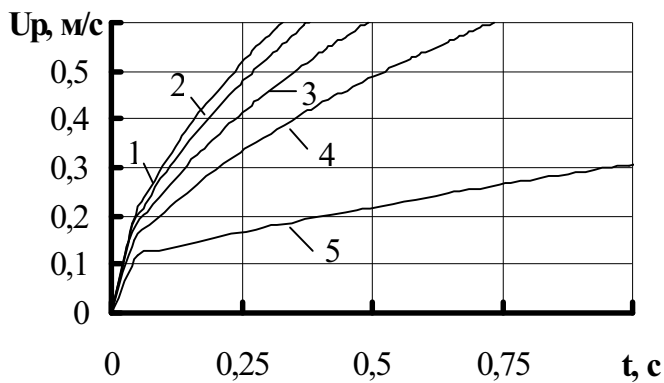
Рис. 2 - Изменение радиуса пузыря γ_o/γ_{o0} при $T_r^\infty = 102^\circ C$

Уменьшение роста радиуса пузыря приводит к уменьшению скорости подъема, кривые которой показаны на рис. 3.

Влияние температуры раствора можно увидеть на рис. 4, на котором показаны кривые роста пузырей при $\gamma_c^\infty = 0.6$.

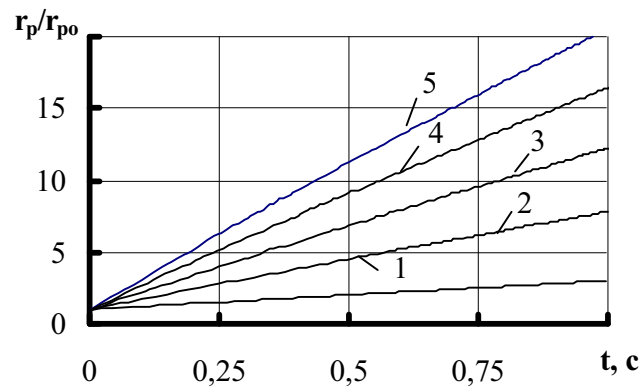
Из рисунков следует вполне естественный вывод, что чем больше разница между температурой раствора и T_s , тем быстрее идет процесс испарения растворителя в пузырь.

В заключение необходимо указать, что приведенные иллюстрации носят, скорее, демонстрационный характер работы разработанной математической модели, т. к. расчет проведен далеко за те пределы размеров пузырей, для которых справедливы принятые в модели предположения. Условия, при которых идет кипение, здесь выбраны произвольно. В реальных условиях процесс кипения значительно сложнее и может быть описан с помощью теории многофазных сред, где параметры раствора и образовавшихся пузырей согласуются друг с другом посредством силового и теплового взаимодействия.



1 - $\gamma_c^\infty = 0.4$, 2 - $\gamma_c^\infty = 0.5$, 3 - $\gamma_c^\infty = 0.6$,
4 - $\gamma_c^\infty = 0.7$, 5 - $\gamma_c^\infty = 0.8$

Рис. 3 - Скорость всплывающего пузырька
при $T_r^\infty = 102^\circ C$



1 - $T_r^\infty = 96^\circ C$, 2 - $T_r^\infty = 98^\circ C$,
3 - $T_r^\infty = 100^\circ C$, 4 - $T_r^\infty = 102^\circ C$,
5 - $T_r^\infty = 104^\circ C$

Рис. 4 - Влияние температуры раствора
на скорость роста всплывающего пузырька
при $\gamma_c^\infty = 0.6$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Несис Е.И. Кипение жидкостей. - М.: Наука, 1973, 280с.
2. Толубинский В.И. Теплообмен при кипении. - Киев: Наук. думка, 1980. 316 с.
3. Пиоро И.Л., Антоненко В.А., Пиоро Л.С. Эффективные теплообменники с двухфазными термосифонами. - Киев: Наук. думка, 1991, 248с.
4. Будтов В.П., Консетов В.В. Тепломассоперенос в полимеризационных процессах. - Л.: Наука, 1983, 256с.
5. Левицкий С.П., Шульман З.П. Динамика и тепломассообмен пузырьков в полимерных жидкостях. - Минск: Наука і техника, 1990, 176 с.
6. Глазов В.М., Павлова Л.М. Химическая термодинамика и фазовые равновесия. - М.: Metallургия, 1981, 336с.
7. Толубинский В.И., Островский Н.Ю. Кипение смесей в условиях свободного движения (обзор) // Пром. теплотехника, 1988, Т. 19, № 10, С. 3 – 14.
8. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. - М.: Наука, 1987, 464 с.
9. Присняков В., и др. Тепломассообмен и вибрация. - Киев: Наук. думка, 2001, 208 с.
10. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахара. - М.: Пищ. пром., 1973, 320 с.
11. Зубченко А.В. Новое в кинетике кристаллизации сахара. - М.: Пищ. пром., 1973, 160 с.
12. Федоровский А.Д., Никифорович Е.И., Приходько Н.А. Процессы переноса в системах газ – жидкость. - Киев: Наук. думка, 1988, 256 с.